

DOI: <https://doi.org/10.37850/ibtida'>

<https://journal.faibillfath.ac.id/index.php/ibtida'>

GARIS BILANGAN SEBAGAI ALAT VISUALISASI KONSEPTUAL DALAM OPERASI HITUNG BILANGAN BULAT

Ahmad Isroil¹, Uswatun Khasanah², Saifudin³

¹²³Universitas Billfath Lamongan

email :

Ahmad.isroil@gmail.com¹

uswatun.khasanah741@gmail.com²

saifudin99@gmail.com³

Received 05 November 2025; Received in revised form 13 November 2025; Accepted 14 November 2025

Abstrak

Operasi hitung pada himpunan bilangan bulat, khususnya yang melibatkan bilangan negatif, merupakan salah satu konsep dasar dalam matematika yang sering menimbulkan miskonsepsi bagi siswa. Pemahaman prosedural (hafalan aturan) seringkali mendominasi daripada pemahaman konseptual. Artikel ini menguraikan analisis didaktis mengenai penggunaan garis bilangan sebagai model visual utama untuk membangun pemahaman konseptual operasi hitung bilangan bulat. Metode yang digunakan adalah studi kepustakaan dan analisis konseptual terhadap bagaimana garis bilangan dapat merepresentasikan empat operasi dasar: penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian. Hasil analisis menunjukkan bahwa garis bilangan secara konsisten memodelkan operasi hitung sebagai pergerakan (translasi atau lompatan). Penjumlahan dimaknai sebagai pergeseran kedepan dari posisi awal, pengurangan sebagai pergeseran mundur, perkalian sebagai lompatan berulang, dan pembagian sebagai proses invers dari perkalian (menghitung jumlah lompatan). Disimpulkan bahwa garis bilangan bukan sekadar alat peraga, melainkan sebuah model matematis esensial yang menjembatani pemahaman aritmetika konkret menuju struktur aljabar yang lebih.

Kata kunci: *bilangan bulat; garis bilangan; operasi hitung.*

Abstract

Arithmetic operations on integers, particularly those involving negative numbers, are a fundamental mathematical concept that often lead to misconceptions among students. Procedural understanding (memorization of rules) often dominates conceptual understanding. This article outlines a didactic analysis of the use of the number line as the primary visual model for building conceptual understanding of integer arithmetic operations. The methods used are a literature review and a conceptual analysis of how the number line can represent four basic operations: addition, subtraction, multiplication, and division. The analysis shows that the number line consistently models arithmetic operations as movements (translations or jumps). Addition is interpreted as a forward shift from the initial position, subtraction as a backward shift, multiplication as repeated jumps, and division as the inverse process of multiplication (counting the number of jumps). It is concluded that the number line is not merely a teaching aid, but rather an essential mathematical model that bridges concrete arithmetic understanding to a more complex algebraic structure.

Keywords: *arithmetic operations; integers; number line.*

PENDAHULUAN

Matematika, pada hakikatnya, adalah studi tentang pola dan struktur yang bersifat abstrak (Isro'il & Supriyanto, 2020) (Skemp, 1976) (Isro'il, Budayasa, & Masriyah, 2017). Salah satu transisi paling signifikan dalam pembelajaran matematika di tingkat dasar menuju menengah adalah pergeseran dari bilangan cacah ke bilangan bulat (Nurkarim, Isro'il, Supriyanto, & Rifki, 2025). Pengenalan bilangan negatif membuka sebuah dimensi baru yang menuntut pemahaman di luar intuisi dunia nyata (Van de Walle, Karp, & Bay-Williams, 2013). Garis bilangan memiliki urgensi yang sangat tinggi sebagai alat visualisasi konseptual dalam operasi hitung bilangan bulat, karena membantu siswa memahami konsep abstrak secara konkret dan mencegah kesalahan dalam proses berhitung (Audina, Nahdi, & Sudianto, 2023).

Masalah utama yang sering dihadapi pendidik adalah kesulitan siswa dalam melakukan operasi hitung yang melibatkan bilangan negatif (National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), 2000), 2000). Operasi seperti $5 - (-3)$ atau $(-4) \times (-2)$ seringkali diajarkan menggunakan analogi non-matematis (misalnya, "utang" dan "membayar") atau sebagai serangkaian aturan yang harus dihafal (misalnya, "negatif ketemu negatif jadi positif"). Pendekatan prosedural ini, meskipun efisien untuk perhitungan, gagal membangun pemahaman

relasional yang mendalam (Skemp, 1976). Siswa mungkin bisa menghitung, tetapi mereka tidak memahami mengapa aturannya demikian.

Untuk mengatasi kesenjangan antara perhitungan prosedural dan pemahaman konseptual, diperlukan sebuah jembatan didaktis. Dalam konteks bilangan bulat, garis bilangan adalah salah satu representasi visual paling fundamental dan kuat (Gravemeijer, 1999). Garis bilangan adalah representasi geometris dari himpunan bilangan real, di mana bilangan bulat menempati titik-titik diskrit dengan interval yang seragam.

Artikel ini bertujuan untuk menganalisis secara sistematis dan mendalam bagaimana model garis bilangan dapat digunakan sebagai alat visualisasi konseptual untuk keempat operasi dasar (penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian) pada himpunan bilangan bulat.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif dengan metode studi kepustakaan (*library research*) dan analisis konseptual (*conceptual analysis*) (Booth, Sutton, & Papaioannou). Fokus penelitian ini bukanlah pada pengujian empiris terhadap siswa, melainkan pada analisis didaktis-matematis dari model garis bilangan itu sendiri.

Langkah-langkah analisis meliputi: (1) Sintesis Literatur: Mengkaji literatur primer dan

sekunder terkait didaktik matematika, teori bilangan, dan psikologi kognitif dalam pembelajaran bilangan bulat (Freudenthal, 1983) (Skemp, 1976) (Van de Walle, Karp, & Bay-Williams, 2013). (2) Analisis Model: Mengurai properti matematis dari garis bilangan (struktur, urutan, jarak, arah) sebagai sebuah sistem representasi. (3) Konseptualisasi Operasi: Menganalisis bagaimana setiap operasi hitung (+, -, $\times$, $\div$) dapat diterjemahkan secara konsisten ke dalam pergerakan atau tindakan pada garis bilangan. (4) Evaluasi Didaktis: Mengevaluasi kekuatan dan potensi keterbatasan model garis bilangan dalam menjelaskan aturan-aturan formal operasi bilangan bulat.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil analisis menunjukkan bahwa garis bilangan memodelkan operasi bilangan bulat melalui dua metafora utama: pergerakan (translasi) dan lompatan berulang.

1. Konsep Dasar Garis Bilangan

Garis bilangan secara visual menetapkan tiga konsep krusial:

- Titik Acuan (Asal): Bilangan 0 sebagai titik netral.
- Arah: Arah ke kanan merepresentasikan nilai positif (penambahan) dan arah ke kiri merepresentasikan nilai negatif (pengurangan).

2. Visualisasi Penjumlahan ($a + b$)

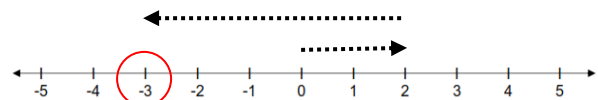
Penjumlahan dimodelkan sebagai translasi (pergeseran). Operasi $a + b$ diartikan sebagai "berawal dari

titik a , kemudian berjalan maju sejauh b ."

- Jika b positif, pergeseran ke arah ke kanan.
- Jika b negatif, pergeseran ke arah ke kiri.

Contoh Visual $2 + (-5)$

- ✓ Mulai dari titik 0, bergerak ke titik 2 (representasi bilangan pertama).
- ✓ Dari titik 2, bergerak 5 satuan ke kiri (karena ditambah -5).
- ✓ Posisi akhir adalah -3 .



Gambar.1 Visualisasi $2 + (-5)$

Model ini secara intuitif menunjukkan bahwa menjumlahkan bilangan negatif ekuivalen dengan bergerak ke arah kiri (mengurangi) (Megayani, Pranata, & Kusdiana, 2019).

3. Visualisasi Pengurangan ($a - b$)

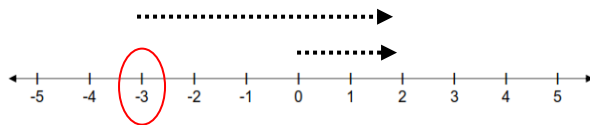
Pengurangan dimodelkan sebagai translasi (pergeseran). Operasi $a - b$ diartikan sebagai "berawal dari titik a , kemudian berjalan mundur sejauh b ."

- Jika b positif, pergeseran mundur ke arah ke kiri.
- Jika b negatif, pergeseran mundur ke arah ke kanan.

Contoh Visual $2 - 5$

- ✓ Mulai dari titik 0, bergerak ke titik 2 (representasi bilangan pertama).

- ✓ Dari titik 2, bergerak mundur 5 satuan ke kiri (karena dikurangi 5).
- ✓ Posisi akhir adalah -3 .

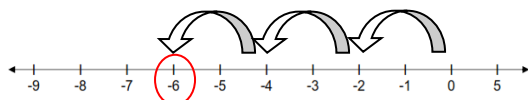
**Gambar 2 Visualisasi $2 - 5$** **4. Visualisasi Perkalian ($a \times b$)**

Perkalian ($a \times b$) dimodelkan sebagai penjumlahan berulang atau lompatan berulang.

- a: Jumlah lompatan (faktor pengali).
- b: Besar dan arah setiap lompatan (faktor yang dikali).

Kasus 1: Pengali Positif ($3 \times (-2)$)

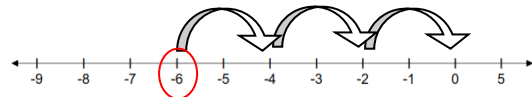
- ✓ Artinya: "3 kali lompatan, setiap lompatan sebesar -2 (2 ke kiri)." Mulai dari 0.
- ✓ Lompatan 1: 0 ke -2
- ✓ Lompatan 2: -2 ke -4
- ✓ Lompatan 3: -4 ke -6
- ✓ Hasil: -6 .
- ✓ Ini secara visual menunjukkan bahwa $(\text{Positif}) \times (\text{Negatif}) = (\text{Negatif})$.

**Gambar 3. Visualisai $-3 \times (-2)$** **Kasus 2: Pengali Negatif (-3×2)**

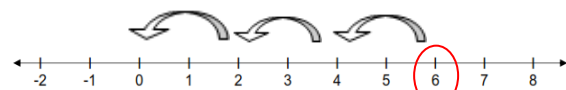
Ini adalah konsep yang lebih abstrak. Tanda negatif pada pengali (a) dimaknai sebagai "kebalikan arah" atau "mundur" dari lompatan.

- ✓ Artinya: "Kebalikan dari 3 kali lompatan sebesar $+2$."

- ✓ Langkah 1: Hitung 3×2 (3 lompatan 2 ke kanan). Hasil: 6.
- ✓ Langkah 2: Ambil kebalikannya (balik arah). Hasil: -6 .
- ✓ Ini menunjukkan $(\text{Negatif}) \times (\text{Positif}) = (\text{Negatif})$.

**Gambar 4. Visualisasi -3×2** **Kasus 3: Pengali Negatif (-3×-2)**

- ✓ Artinya: "Kebalikan dari 3 kali lompatan sebesar -2 ."
- ✓ Langkah 1: Hitung $3 \times (-2)$ (3 lompatan @ 2 ke kiri). Hasil: -6 .
- ✓ Langkah 2: Ambil kebalikannya (balik arah). Hasil: $+6$.
- ✓ Analisis ini memberikan justifikasi visual yang kuat untuk aturan yang sering dihafal: $(\text{Negatif}) \times (\text{Negatif}) = (\text{Positif})$. Model ini mengubah aturan arbitrer menjadi konsekuensi logis dari sebuah sistem pergerakan.

**Gambar 4 Visualisasi $-3 \times (-2)$** **5. Visualisasi Pembagian ($a \div b$)**

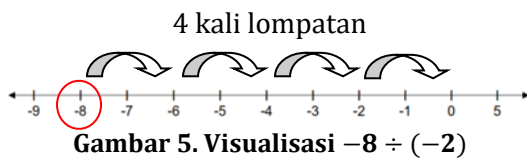
Pembagian $a \div b = c$ adalah operasi invers dari perkalian $c \times b = a$. Model garis bilangan menerjemahkannya sebagai:

"Berapa banyak lompatan c sebesar b yang diperlukan untuk bergerak dari 0 ke a ?"

Arah lompatan (maju atau mundur) menentukan tanda hasil (c).

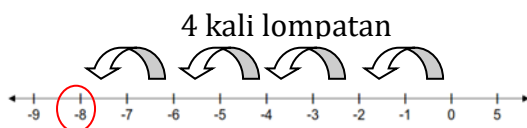
Contoh 1: $(-8) : (-2)$

- ✓ Tujuan: -8. Besar Lompatan: -2 (2 ke kiri).
- ✓ "Berapa banyak lompatan 2 ke kiri untuk mencapai -8?"
- ✓ Mulai dari 0. 0 ke -2 (1 lompatan), -2 ke -4 (2 lompatan), -4 ke -6 (3 lompatan), -6 ke -8 (4 lompatan).
- ✓ Diperlukan 4 lompatan. Karena arah lompatan (ke kiri) searah dengan besar lompatan (-2), maka hasilnya positif. Hasil: 4.



Contoh 2: $(-8) : 2$

- ✓ Tujuan: -8. Besar Lompatan: +2 (2 ke kanan).
- ✓ "Berapa banyak lompatan 2 ke kanan untuk mencapai -8?"
- ✓ Untuk mencapai -8 dengan lompatan ke kanan, kita harus bergerak mundur.
- ✓ Diperlukan 4 lompatan mundur. Karena arah lompatan (mundur) berlawanan dengan besar lompatan (+2), maka hasilnya negatif. Hasil: -4.



Gambar 6. Visualisasi $-8 \div 2$

Model ini sekali lagi secara visual memvalidasi aturan tanda untuk pembagian, yang identik dengan perkalian.

KESIMPULAN DAN SARAN

Analisis konseptual ini menegaskan bahwa garis bilangan lebih dari sekadar alat bantu pengajaran; ia adalah sebuah model matematis yang kuat dan konsisten untuk operasi bilangan bulat.

1. Garis bilangan berhasil memvisualisasikan struktur abstrak bilangan bulat Z sebagai pergerakan terarah (translasi dan lompatan)
2. Model ini memberikan justifikasi visual yang logis untuk aturan-aturan operasi bilangan bulat (terutama aturan tanda), memfasilitasi pergeseran dari pemahaman prosedural (instrumental understanding) ke pemahaman konseptual (relational understanding).
3. Penjumlahan dan pengurangan dimodelkan sebagai translasi, sementara perkalian dan pembagian dimodelkan sebagai lompatan berulang (atau inversnya).
4. Implikasi didaktisnya adalah pendidik perlu secara eksplisit dan konsisten menggunakan model garis bilangan dalam pengenalan operasi bilangan bulat, sebelum beralih ke algoritma yang lebih abstrak atau analogi non-matematis.

Penelitian selanjutnya dapat berfokus pada perbandingan empiris efektivitas model garis bilangan dengan model lain (seperti model keping muatan) dalam mengurangi miskonsepsi siswa.

DAFTAR PUSTAKA

- Audina, S., Nahdi, D. S., & Sudianto, S. (2023). Analisis Pemahaman Konsep Matematis Siswa pada Operasi Penjumlahan Bilangan Bulat Menggunakan Media Garis Bilangan. *Polinomial: Jurnal Pendidikan Matematika*, 2(1), 11-17.
- Booth, A., Sutton, A., & Papaioannou, D. (n.d.). *Systematic Approaches to a Successful Literature Review(2nd ed.)*. 2016: SAGE Publications.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.
- Gravemeijer, K. (1999). How Emergent Models May Foster the Constitution of Formal Mathematics. *Mathematical Thinking and Learning*, 1(2), 155-177.
- Isro'il, A., & Supriyanto, S. (2020). *Berpikir dan Kemampuan Matematika*. Surabaya: JDS.
- Isro'il, A., Budayasa, I. K., & Masriyah, M. (2017). Profil Berpikir Siswa SMP dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Ditinjau dari Kemampuan Matematika. *Jurnal Review Pembelajaran Matematika*, 2(2), 93-105.
- Megayani, W., Pranata, O. H., & Kusdiana, A. (2019). Pengaruh Peraga Garis Bilangan Terhadap Pemahaman Siswa SD Tentang Operasi Pengurangan Bilangan Bulat Negatif. *EduBasic Journal: Jurnal Pendidikan dasar*, 1(2), 123-133.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston: VA: NCTM.
- Nurkarim, A. W., Isro'il, A., Supriyanto, S., & Rifki, A. (2025). Religious Moderation in Madrasah Ibtidaiyah: A Systematic Review of Contextual Mathematics Learning Strategies. *International Journal on Teaching and Learning Mathematics*, 09(2), 12-24.
- Skemp, R. R. (1976). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *Mathematics Teaching*, 77, 20-26.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2013). *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally (8th ed.)*. Boston: MA: Pearson.

